**מיזוג ריצופים כמעט ממוינים תשואות של 24 ממין**

אנחנו מציגים רשת מיון חדשה על 24 ערוצים, שמשתמש רק ב 12 שכבות, שיפור גבול הידוע הקודם בשכבה אחת. על ידי מונוטוניות, זה גם מרמז לרשתות מיומות מחודשות של 23 רשתות. התוצאה הזו הושגה על ידי שילוב טכנולוגיות כדי ליצר קידומות של רשתות מיון עם קידודי הצעה.

**מבוא**

השוואת המיון המבוסס האלגוריתמי כמו מיון מהיר מבצעת ריצוף של פעולות השוואה שתלויות בנתוני קלט. בניגוד לזה, הנתונים הלא מודעים של אלגוריתמי המיון מבצעת השוואות בצורה מוגדרת מראש. זה עושה אותם יותר רלוונטיות לאלגוריתמי המיון המקביל: כל פעולת "השוואה והחלפה" המבוצעות על קלט מנותק יכולות להתבצע במקביל. למשל , אם מבוצעות "FPGA" רשימה של השוואת עצמאיות יכולות להתבצע במקביל ברמה אחת של ""pipelined design,זה נהוג לייצג את אלגוריתמי המיון הלא מודעים כרשתות מיון .

בניגוד לכך, קלט הוויקטור (5, 4, 3, 2, 1) מחובר לקווים האופקיים, הערוצים המסומנים. ההשוואות מופיעות כקווים עמודים מתחברים שני ערוצים. כל משווה ישווה את הערכים על ערוצי הקלט שלו . וממין אותם לא לפי גדול קטן . הקווים המקווקוים מפצלות שכבות רשתות המיון : כל המשווים עם שכבה אחת נוגעות בזוגות מנותקים של ערוצים, בגלל זה הן יכולות לעבוד במקביל. בגלל זה מספר השכבות מגדיר את מספר צעדי המיון המקביל הנדרשות למיין את הקלט, לכן הרשתות עם פחות שכבות הן מהירות יותר.

**רקע ועבודות קשורות**

אלגוריתם טריוויאלי כמו מיון בועות הן לא ידועות , אבל הן דורשות O(n2) השוואות. " Batcher " הציע שני דרכים לבניית רשתות מיון, (Odd–Even–Mergesort & Bitonic Mergesort) ושניהם ב-

O(n log2(n)) ושניהם משווים ב O(log2(n)) שכבות. הגבול האסמפטוטי היה משופר ע"י (Ajtai, Komlós and Szemerédi), שהראו שאלגוריתמי המיון הלא ידועים מתקיימים רק כשיש צורך ב- (O(n log(n))) השוואות ב- (O(log(n))) שכבות, שהוא באופן אסמפטוטי אופטימלי. לצערנו הקבועים מוחבאים בתוך ה (O-notation) הן ענקיות מה שגורם לרשתות המיון העליוניות של "Batcher" לכל מספר פרקטי של קלט.

קיימים מדדים שונים שמתארים ערכים של רשתות המיון. הגול של רשת מיון מודד את מספר ההשוואות הנצרכות, והמוגבלת התחתונה ב- (O(n log(n))), כרשתות מיון מבוססות על השוואה. רשתות המיון האופטימאליים רק ידועות על כמעט 10 קלט. כמה גבולות עליונות יכולות להימצא בתוכן.

המאמר הזה שם דגש על עומק הרשתות המיון במקום לשים דגש על הגודל שלהן, ב1973 (Knuth), סיכם את הגבולות העליונות על העומק של רשתות המיון על n ≤ 16 ערוצים. ב 1989 (Parberry), השתמש ב (SAT) כגישה מבוססת עם הפסקה בסימטריה בשכבה הראשונה להוכיח ש הגבולות של n ≤ 10 הן אופטימאליות. זה היה נדחף הלאה על ידי ((Bundala & Závodný 2014. השתמשו בהתפרקות ובגישת שבירת הסימטריה לשני השכבות הראשונות בשילוב עם פתירת (SAT), הם היו יכולים להוכיח שהגבולות של n ≤ 16 הן אופטימאליות. (Al-Baddar& Batcher), פיתחו כלי לניתוח קידומות, חלק מהשכבות בצד שמאל של רשתות המיון, שזה אפשר להם לעבודת יד ברשתות המיון המשופרות של 18 ו 22 ערוצים.

(Ehlers & Müller) השתמשו ב פותר(SAT) כדי להאריך את עבודת היד בקידומת, ומצאו רשתות מיון מהירות יותר של 17,19 ו 20 ערוצים. הקידודים של ה (SAT) שהשתמשו בהן לא יהיו חזקות מספיק להוכיח את האופטימאליות של שום עובדה חדשה. (Codish et al), הציג נשברת סימטרית לשכבות האחרונות של רשתות המיון, שאפשר להשתמש בזה כדי להפחית את מספר המשתנים בתוך הקידודים של ה (SAT), וזה מאפשר להוכיח ש 19 שכבות הן אופטימאליות מתי שממינים 17 קלט.

המטרה מהמאמר הזה היא להראות השילוב בין הטכניקות, וההצגה של רשתות מיון יותר טובות על 24 ערוצים. ליותר פרטים על הקידוד ההצעתי של רשתות המיון אנו מתכוונים ל[9,13] . טכניקות בשביל לייצר יחידות של קידומות עד ל סימטריות אפשר למצוא ב [9,5].

**בניית רשתות מיון חדשות**

רשתות המיון שהציע (Batcher) אפשר לבנות אותם באופן אלגוריתמי, אבל הן לא אופטימאליות לערוצים של (n > 8). רשתות המיון של (n > 8) המופיעות ב [2] הן בעבודת יד, ואפשר להשתמש בהן כמקרי בסיס למיזוג אלגוריתמי הבסיס.

(Bundala & Závodný) יצרו סטים של קידומות פרטו-אופטימאלי על 2 שכבות ובדקו דרך הפוטר (SAT), שמאלו אפשר להאריך עד לרשתות מיון בעומק הזה. פה, קידומת אחת בתמונה 1 היא נחשבת העליונה מהקידומת בתמונה 2 אם כל רשת מיון מתחילה בתמונה 2 אפשר להפוך אותה והתחלה אחת עם התמונה 1. ב [11] , (Ehlers & Müller) עשו קידומות בעבודת יד, בעיקר מבוססות על הנקרא פילטרים ירוקים [14] גם השתמשו בפוטר (SAT) כדי להאריך אותם לרשתות מיון מלאות.

כל הגישות האלה הן במידה מסוימת מוגבלות: לעבוד על רשתות המיון עבודת יד הוא דבר מוגבל ביכולת של האדם להבין את רשתות המיון. שיטת ה(SAT) המבוססת הנוכחית היא לא מתרחבת בקנה מידה טוב, ומייצרת כל הקידומות מניבה סטים ענקיים לבדיקה, למרות שהסימטריות נחשבות. בגלל זה אנחנו השתמשנו בשילוב הגישות. בהתחלה, אנחנו יצרנו את הקידומת של רשת המיון על 12 ערוצים שכמעט ממיינת את הקלט שלה. כראוי עקשני לקחת בחשבון כל הקידומות האלה, אנחנו משתמשים בגישה חמדנית: נתנו כמה קידומות על שכבות K, אנחנו יצרנו את כל הקידומות הפרטו-אופטימלי על שכבות (k + 1) עד לסימטריות, ולהשאיר רק ה 32 צאצאים שתשואתם של מספר מינימלי של פלט. מחזור התהליך נותן לקידומת על 5 שכבות המופיע FIG2 , שיש לו 34 צורות פלט שונות.

אחר כך, יצרנו קידומת על 24 ערוצים המורכבת משני קידומות על 12 ערוצים, והוספנו שני משואים לשכבה האחרונה שלהם שחברה ערוצים לא משומשים. זה נותן לנו סה"כ של 1,129 פלטים שנשארים למיון ע"י המזכיר של הרשת, שניתן לעקוב אחרי הגודל שלו לפותר (SAT). הקידומת הזו תרמה להקטנת קידוד ה (SAT) המשמש (lateron). ההרכב לפתרון יש לו 56,949 משתנים ו- 1,164,168 סעיפים ואפשר לפתור בעזרת (MiniSAT)[15] בפחות מ 7 שעות על (Intel i7-4770HQ CPU).

רשת המיון שנוצרה היא מיוצגת ב FIG3 . בהתאם לתמורה של הערוצים, זה קשה להבין תשתית. בגלל זה אנחנו מייצגים גרסה אלטרנטיבית FIG4 . פה חיללנו את הערוצים כדי שהקידומת האוריגינלית תשוחזר, ותוסר המשווים המיותרים. בהצגה הזו התשתית ב5 שכבות הראשונות הופכות לגלויות עוד פעם. באופן מעניין השכבה ה 6,שהייתה מיוצרת ע"י פותר ה SAT מאוד דומה לשכבות הראשונות שלב המחזור שנבנה ע"י Batcher)).

רשת המיון ב FIG4 יש לה 125 משווים. למראת ששיפור הגבול העליון של העומק זה לא משפר את הגבולות העליונות על הגודל של רשתות המיון, כרשתות עם 123 ו- 118 משווים של 24 ו- 32 קלט בהתאמה הן ידועות.

**סיכום**

השילוב של דור קידומת כלי העזר וקידודים המוצגות של רשתות המיון היא חזקה מספיק להוכיח גבול עליון אחר על עומק רשתות המיון . רשתות המיון המוכרות יותר על 25 ערוצים צריכות 14 ערוצים, אנחנו מעריכים שצריך להיות אפשרות לתת לרשתות למרבה 1 שכבות ולהשאיר אותו כשאלה ראשית פתוחה למאמר הזה